

2022 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

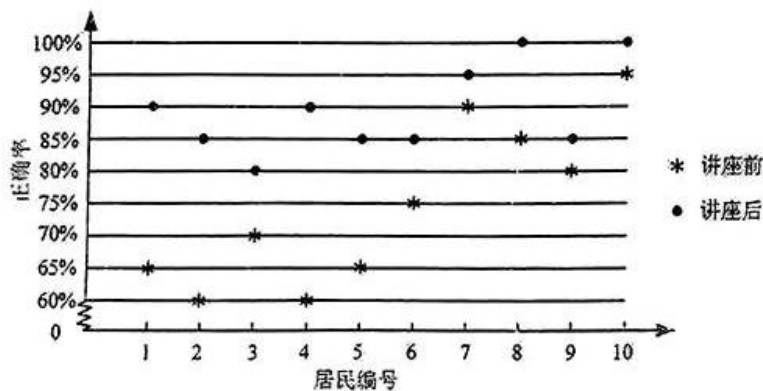
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{x | 0 \leq x < \frac{5}{2}\}$ ，则 $A \cap B =$

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-2, -1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1, 2\}$

2. 某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识。为了解讲座效果，随机抽取 10 位社区居民，让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷，这 10 位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如下图：



则

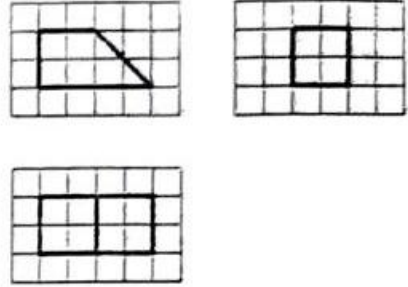
- A. 讲座前问卷答题的正确率的中位数小于 70%
B. 讲座后问卷答题的正确率的平均数大于 85%
C. 讲座前问卷答题的正确率的标准差小于讲座后正确率的标准差
D. 讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

3. 若 $z=1+i$, 则 $|iz+3\bar{z}|=$

- A. $4\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{2}$

4. 如图, 网格纸上绘制的是一个多面体的三视图, 网格小正方形的边长为1, 则该多面体的体积为

- A. 8
B. 12
C. 16
D. 20



5. 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 的图像向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到曲线 C , 若 C

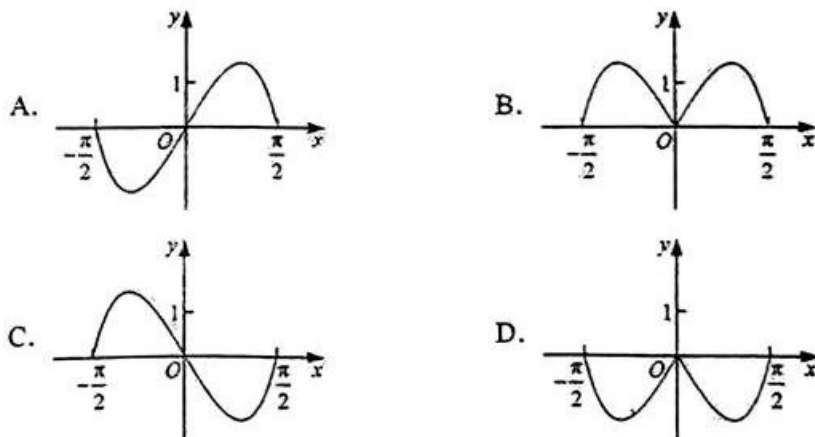
关于 y 轴对称, 则 ω 的最小值是

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 从分别写有1, 2, 3, 4, 5, 6的6张卡片中无放回随机抽取2张, 则抽到的2张卡片上的数字之积是4的倍数的概率为

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

7. 函数 $f(x) = (3^x - 3^{-x})\cos x$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 的图像大致为



8. 当 $x=1$ 时, 函数 $f(x) = a \ln x + \frac{b}{x}$ 取得最大值 -2 , 则 $f'(2) =$
- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
9. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 B_1D 与平面 $ABCD$ 和平面 AA_1B_1B 所成的角均为 30° , 则
- A. $AB = 2AD$ B. AB 与平面 AB_1C_1D 所成的角为 30°
- C. $AC = CB_1$ D. B_1D 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 45°
10. 甲、乙两个圆锥的母线长相等, 侧面展开图的圆心角之和为 2π , 侧面积分别为 $S_{甲}$ 和 $S_{乙}$, 体积分别为 $V_{甲}$ 和 $V_{乙}$. 若 $\frac{S_{甲}}{S_{乙}} = 2$, 则 $\frac{V_{甲}}{V_{乙}} =$
- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\frac{5\sqrt{10}}{4}$
11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{3}$, A_1, A_2 分别为 C 的左、右顶点, B 为 C 的上顶点. 若 $\overrightarrow{BA_1} \cdot \overrightarrow{BA_2} = -1$, 则 C 的方程为
- A. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{16} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$
- C. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$
12. 已知 $9^m = 10$, $a = 10^m - 11$, $b = 8^m - 9$, 则
- A. $a > 0 > b$ B. $a > b > 0$ C. $b > a > 0$ D. $b > 0 > a$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $a = (m, 3)$, $b = (1, m+1)$. 若 $a \perp b$, 则 $m =$ _____.
14. 设点 M 在直线 $2x + y - 1 = 0$ 上, 点 $(3, 0)$ 和 $(0, 1)$ 均在 $\odot M$ 上, 则 $\odot M$ 的方程为 _____.
15. 记双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 e , 写出满足条件“直线 $y = 2x$ 与 C 无公共点”的 e 的一个值 _____.
16. 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $\angle ADB = 120^\circ$, $AD = 2$, $CD = 2BD$. 当 $\frac{AC}{AB}$ 取得最小值时, $BD =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

甲、乙两城之间的长途客车均由 A 和 B 两家公司运营。为了解这两家公司长途客车的运行情况，随机调查了甲、乙两城之间的 500 个班次，得到下面列联表：

	准点班次数	未准点班次数
A	240	20
B	210	30

(1) 根据上表，分别估计这两家公司甲、乙两城之间的长途客车准点的概率；

(2) 能否有 90% 的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关？

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad \begin{array}{c|ccc} P(K^2 \geq k) & 0.100 & 0.050 & 0.010 \\ \hline k & 2.706 & 3.841 & 6.635 \end{array}$$

18. (12 分)

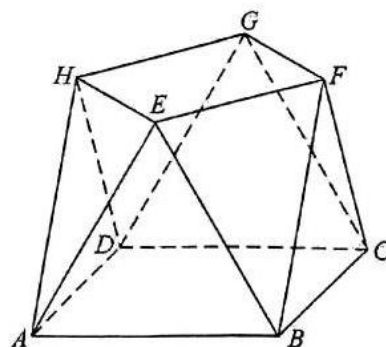
记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。已知 $\frac{2S_n}{n} + n = 2a_n + 1$ 。

(1) 证明： $\{a_n\}$ 是等差数列；

(2) 若 a_4, a_7, a_9 成等比数列，求 S_n 的最小值。

19. (12 分)

小明同学参加综合实践活动，设计了一个封闭的包装盒。包装盒如图所示：底面 $ABCD$ 是边长为 8 (单位：cm) 的正方形， $\triangle EAB$ ， $\triangle FBC$ ， $\triangle GCD$ ， $\triangle HDA$ 均为正三角形，且它们所在的平面都与平面 $ABCD$ 垂直。



(1) 证明： $EF \parallel$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 求该包装盒的容积 (不计包装盒材料的厚度)。

20. (12分)

已知函数 $f(x) = x^3 - x$, $g(x) = x^2 + a$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_1, f(x_1))$ 处的切线也是曲线 $y = g(x)$ 的切线.

(1) 若 $x_1 = -1$, 求 a ;

(2) 求 a 的取值范围.

21. (12分)

设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $D(p, 0)$, 过 F 的直线交 C 于 M, N 两点. 当直线 MD 垂直于 x 轴时, $|MF| = 3$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设直线 MD, ND 与 C 的另一个交点分别为 A, B , 记直线 MN, AB 的倾斜角分别为 α, β . 当 $\alpha - \beta$ 取得最大值时, 求直线 AB 的方程.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{2+t}{6}, \\ y = \sqrt{t} \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 C_2 的参

数方程为 $\begin{cases} x = -\frac{2+s}{6}, \\ y = -\sqrt{s} \end{cases}$ (s 为参数).

(1) 写出 C_1 的普通方程;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_3 的极坐标方程为 $2\cos\theta - \sin\theta = 0$, 求 C_3 与 C_1 交点的直角坐标, 及 C_3 与 C_2 交点的直角坐标.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 a, b, c 均为正数, 且 $a^2 + b^2 + 4c^2 = 3$, 证明:

(1) $a + b + 2c \leq 3$;

(2) 若 $b = 2c$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} \geq 3$.